



4. Übungsblatt

Abgabetermin: 24. November 2005, 13:00 Uhr

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck
Am Zirkel 2, Geb. 20.20
D-76131 Karlsruhe

Dr.-Ing. T. Asfour
Telefon: +49-721-608-7379
Fax: +49-721-608-8270
Email: asfour@ira.uka.de
<http://ti.itec.uka.de>

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Leiten Sie mit Hilfe der Huntington'schen Axiome vier wichtige Absorptionsgesetze her. Geben Sie bei jedem Umformungsschritt an, welches der Axiome Sie verwendet haben.

1. $a b \vee a \bar{b} = a$
2. $(a \vee \bar{b}) b = a b$
3. $a \bar{b} \vee b = a \vee b$
4. $(a \vee b)(a \vee \bar{b}) = a$

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Beweisen Sie *schaltalgebraisch* die folgenden Behauptungen:

1. $\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$
2. $\left. \begin{array}{l} a \wedge b = a \wedge c \\ \bar{a} \wedge b = \bar{a} \wedge c \end{array} \right\} \Rightarrow b = c$
3. $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$

Aufgabe 3

(5 Punkte)

1. Zeigen Sie durch schaltalgebraische Umformungen, dass für die zweistelligen booleschen Funktionen \leftrightarrow und \nleftrightarrow das Assoziativgesetz gilt.
2. Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen, dass für die zweistelligen booleschen Funktionen $\overline{\wedge}$ und $\overline{\vee}$ das Assoziativgesetz nicht gilt und man Klammern nicht einfach weglassen darf.
3. Geben Sie eine weitere zweistellige boolesche Funktion an, für die das Assoziativgesetz nicht gilt. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4

(4 Punkte)

1. Beweisen Sie, dass $p \vee (p \overline{\wedge} q)$ eine Tautologie ist.
2. Beweisen Sie durch algebraische Umformungen die folgende Behauptung:

$$(a \leftrightarrow b) = ((a \vee b) \rightarrow (a b))$$

Aufgabe 5

(6 Punkte)

Stellen Sie die boolesche Funktion $y = \bar{b}\bar{a} \vee a$ in den folgenden vollständigen Operatorensystemen dar.

1. $(\wedge, \vee, \bar{})$, $(\wedge, \bar{})$, $(\vee, \bar{})$
2. $(\bar{})$, $(\bar{\vee})$, $(\wedge, \leftrightarrow)$
3. Zeigen Sie, dass sich mit den Operatoren Äquivalenz und Disjunktion sowie einer Konstanten ein vollständiges Operatorensystem (\vee, \leftrightarrow) aufbauen lässt. Wie lässt sich die obige Funktion in diesem Operatorensystem darstellen?