FDIBA
TU-SOFIA
Informatik

FESTSTELLUNGSPRÜFUNG

WS 2007 Name:
Januar 2007 Immatrikulationsnummer:

Aufgabe 1: Sei in R^2 die Funktion $\mathbf{F}(X)$ vorgegeben, $\mathbf{F}(X) := |x| + |y|$, $X := (x, y)^T$.
a) Beweisen Sie, dass $\mathbf{F}(X)$ eine Norm definiert. 4 P
b) Skizzieren Sie die Menge $\mathbf{F}(X) > 2, xy > 0$. 4 P

Aufgabe 2: Vorgegeben sei die Differentialform

$$(2u + \frac{1}{(x+u)^2})dx + (3u + x + \frac{1}{(x+u)^2})du = 0.$$

a) Zeigen Sie, dass sie einen Eulerschen Multilpikator der Form $\mu(x+u)$ besitzt. 5 P
b) Lösen Sie daraufhin in impliziter Form die Differentialgleichung

$$(2u + \frac{1}{(x+u)^2}) + (3u + x + \frac{1}{(x+u)^2})u'(x) = 0.$$

5P

Aufgabe 3: Sei die Differentialgleichung

$$\mathbb{D}(u) := \sin x + \cos x$$

vorgegeben, wobei

$$\mathbb{D}(u) := u^{(8)} + u^{(6)}.$$

Finden Sie, durch Anwendung der Induktionsformeln von $\sin^{(k)} x$ und $\cos^{(k)} x$ sowie der Leibnitzs Formel $(f(x)g(x))^{(k)}, k = 0, 1, 2, \cdots$ eine partikuläre Lösung. 5P

Aufgabe 4: Durch Anwendung der Methode von Lagrange soll ein Punkt (x, y, z), der im ersten Oktant und auf der Fläche $S : xyz^2 = 32$ liegt, bestimmt werden, so dass sein Abstand zum Nullpunkt der kleinste unter den Punkten $P \in S$ ist. Geben Sie den Abstand explizit an. 5P

Aufgabe 5: Sei die Differentialgleichung

$$u^{(2)}(x) - u(x) = 1,$$

vorgegeben.
a) Löse, durch Anwendung der Potenzreihenmethode, numerisch die Gleichung, wenn $u(0) = u^{(1)}(0) = 1$. 5P
b) Bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe. 5 P

Aufgabe 6:
a) Berechnen Sie die Laplace Transformation $\mathcal{L}(\frac{\sin t}{t})$; 5 P
b) Lösen Sie die Differentialgleichung

$$u^{(2)}(t) * t^2 - u^{(')}(t) * t + u(t) = f(t),\ u^{(')}(0) = u(0) = 1,$$

wobei

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \in [0,3] \\ 1, & t > 3 \end{cases}$$

5 P

FDIBA
TU-SOFIA
ALLGEMEINER MASCHINENBAU

FESTSTELLUNGSPRÜFUNG

WS 2007 Name:
Immatrikulationsnummer:

Aufgabe 1: Sei in R^2 die Funktion $\mathbf{F}(X)$ vorgegeben, $\mathbf{F}(X) := |x| + |y|$, $X := (x, y)^T$.
a) Beweisen Sie, dass $\mathbf{F}(X)$ eine Norm definiert. 4 P
b) Skizzieren Sie die Menge $\mathbf{F}(X) > 2, xy > 0$. 4 P

Aufgabe 2: Vorgegeben sei die Differentialform

$$(2u + \frac{1}{(x+u)^2})dx + (3u + x + \frac{1}{(x+u)^2})du = 0.$$

a) Zeigen Sie, dass sie einen Eulerschen Multilpikator der Form $\mu(x+u)$ besitzt. 5 P
b) Lösen Sie daraufhin in impliziter Form die Differentialgleichung

$$(2u + \frac{1}{(x+u)^2}) + (3u + x + \frac{1}{(x+u)^2})u'(x) = 0.$$

5 P

Aufgabe 3: Sei die Differentialgleichung

$$\mathbb{D}(u) := \sin x + \cos x$$

vorgegeben, wobei

$$\mathbb{D}(u) := u^{(8)} + u^{6)}.$$

Finden Sie, durch Anwendung der Induktionsformeln von $\sin^{(k)} x$ und $\cos^{(k)} x$ sowie der Leibnitzs Formel $(f(x)g(x))^{(k)}, k = 0, 1, 2, \cdots$ eine partikuläre Lösung. 5P

Aufgabe 4: Bestimmen Sie durch Anwendung der Methode von Lagrange den Punkt (x, y, z), der im ersten Oktant und auf der Fläche $S : xyz^2 = 32$ liegt und dessen Abstand zum Nullpunkt der kleinste unter den Punkten $P \in S$ ist. Geben Sie den Abstand explizit an. 5P

Aufgabe 5: Sei die Differentialgleichung

$$u^{(2)}(x) - u(x) = 1,$$

vorgegeben.
a) Löse, durch Anwendung der Potenzreihenmethode, numerisch die Gleichung, wenn $u(0) = u^{(1)}(0) = 1$. 5P
b) Bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe. 5 P

Aufgabe 6: Sei das Differentialgleichungssystem

$$u'(X) = \mathcal{A}u(X)$$

vorgegeben, wobei

$$u(X) : R^3 \longrightarrow R^3, X := (x, y, z)^T,$$

und

$$\mathcal{A} := \begin{pmatrix} 1, & -1, & 0 \\ 1, & 2, & 1 \\ -2, & 1, & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Lösen Sie numerisch das System; 5P
b) Begründen Sie den Lösungsweg. 5P