

## FESTSTELLUNGSPRÜFUNG

WS 2005

Name:

Immatrikulationsnummer:

**Aufgabe 1:** Sei  $R^+ := \{(x_1, \dots, x_n)^T, x_i \geq 1, i = 1, \dots, n.\}$

a) Bestimmen Sie den Extremalwert der Funktion  $f(X) := \prod x_i, X \in R^+$  auf der Punktmenge  $\mathcal{M} := \{X \in R^+, \sum x_i = 1.\}$

b) Zeigen Sie, durch Anwendung von a), daß für jeden Vektor  $Y := (y_1, \dots, y_n)^T, Y \neq 0$ , die Ungleichung

$$\prod |y_i| \leq \frac{1}{n} \sum |y_i|$$

gilt.

**Aufgabe 2:** Zu lösen sei in impliziter Form die Differentialgleichung

$$u'(x) \arctan \frac{u(x)}{x} = \ln \sqrt{x^2 + u(x)^2}.$$

**Aufgabe 3:** Sei die Differentialgleichung

$$\mathbb{D}(u) := \sin x + \cos x$$

vorgegeben, wobei

$$\mathbb{D}(u) := u^{(8)} + u^{(6)}.$$

Zu finden sei eine partikuläre Lösung.

**Aufgabe 4:** Sei in  $R^2$  die Norm  $\|X\|$  vorgegeben,

$$\|X\| := |x| + |y|, X = (x, y).$$

Skizzieren Sie die Menge  $\mathcal{N} := \{X, \|X\| \geq 2, xy > 0\}$ .

5P

**Aufgabe 5:** Bestimmen Sie, durch Anwendung des Prinzips der Variation der Variablen, die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u^{(4)}(x) - u^{(2)}(x) = e^{-2x}.$$

**Aufgabe 6:**

a1) Bestimmen Sie eine Funktion  $f$  derart, daß

$$\mathcal{L}(f(t))(s) = e^{-s} \frac{1}{1+s^2}.$$

a2) Berechnen Sie

$$\mathcal{L}\left(\frac{\sin t}{t}\right)(s).$$

b) Lösen das Anfangswertproblem

$$u^{(2)}(t) - 3u^{(1)}(t) + 2u(t) = f(t), \quad u^{(1)}(0) = u(0) = 1,$$

wobei

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \in [0, 3] \\ 1, & t > 3 \end{cases}$$